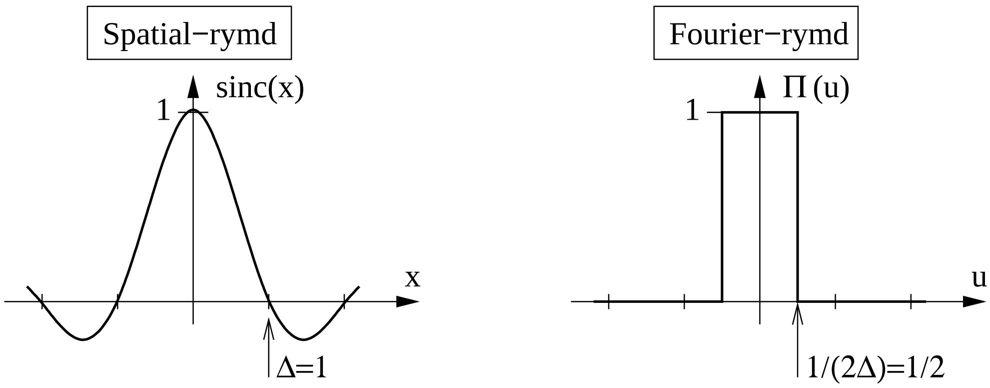
2 Lektion: Uppgifter

2.1 Uppsampling en faktor 2

Omsampling till högre samplingstäthet mha interpolation är en viktig operation inom bildbehandling. För en bild samplad med samplingsavståndet $\Delta = 1$ är $\mathrm{sinc}(x)$ den ideala interpolationsfunktionen, se figur nedan.



a) Skissera den linjära interpolationsfunktionen

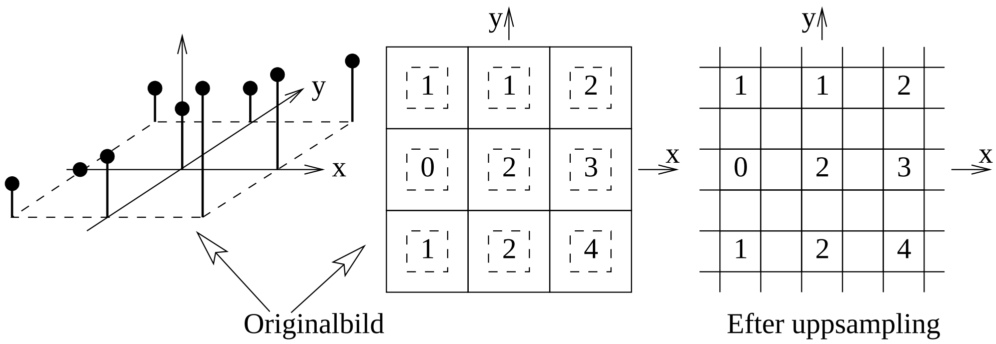
$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$$

och dess fouriertransform ovanpå $\mathrm{sinc}(x)$ och $\Pi(u)$ i figuren ovan.

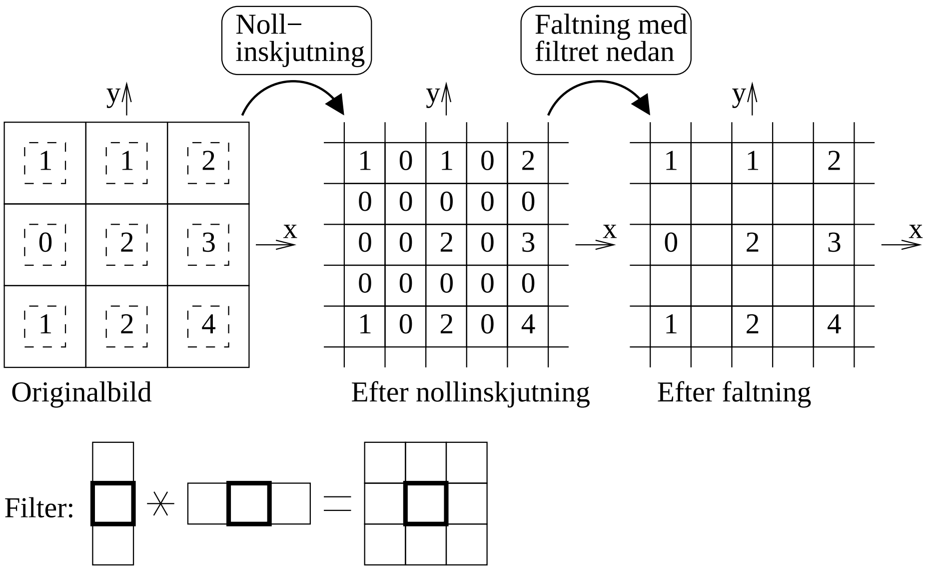
b) Vad gäller för funktionsvärdet i $x = 0$ och $x = \pm 1$ för de båda funktionerna?

c) På vilket sätt är fouriertransformen av $\Lambda(x)$ sämre än $\Pi(u)$?

d) Nedan till vänster visas en liten 3×3-bild. Interpolera upp den till dubbelt så hög samplingstäthet, dvs. till 5×5-bilden som visas till höger. Omsamplingen ska ske med bilinjär interpolation, $\Lambda(x) \cdot \Lambda(y)$. Det enklaste är dock att utföra omsamplingen i två endimensionella steg, dvs först med linjär interpolation med $\Lambda(x)$ i x-led följt av linjär interpolation med $\Lambda(y)$ i y-led.

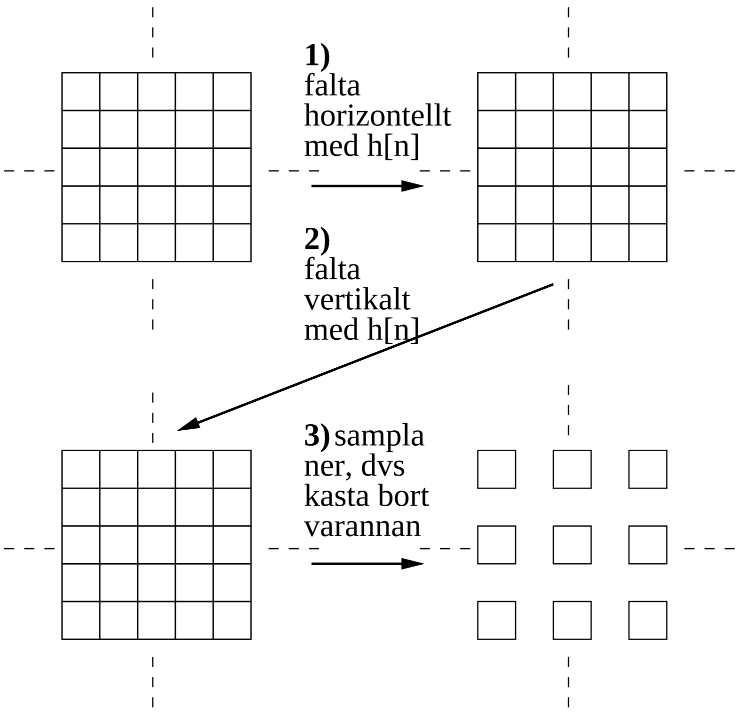


e) Uppsamling till dubbelt så hög samplingstäthet med bilinjär interpolation i PYTHON utförs lämpligen av nollinskjutning följt av faltning med ett 3×3-filter. 3×3-filtret erhålls genom att falta ett 3×1-filter med ett 1×3-filter. Konstruera 1×3 filtret genom att sampla $\Lambda(x)$ med avkänning i $x = [-0.5, 0, 0.5]$.



2.2 Nedsampling en faktor 2

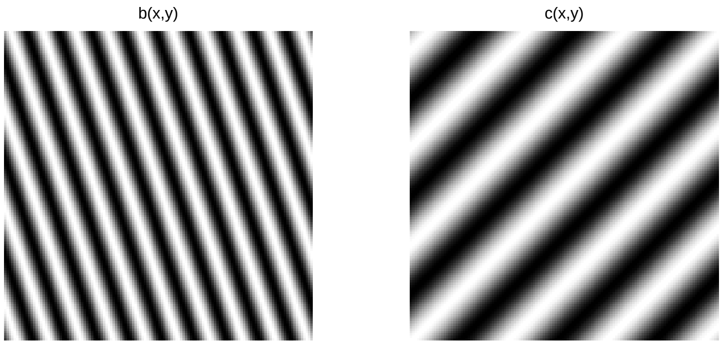
Antag att sampelpunkterna i en bild har sampelavståndet Δ och att bilden ska samplas ned så att sampelavståndet blir 2Δ. Nedsamplingen kan göras en-dimensionellt, först i x-led, sedan i y-led, se figur nedan.



Den ideala faltningskärnan för nedsampling är $(1/2)\mathrm{sinc}(x/(2\Delta))$. Nackdelen med den ideala faltningskärnan är att den är oändligt lång. En enklare faltningskärna för nedsampling en faktor 2 är baserad på triangelfunktionen vars bredd överenstämmer med huvudloben på $(1/2)\mathrm{sinc}(x/(2\Delta))$. Bestäm denna faltningskärna.

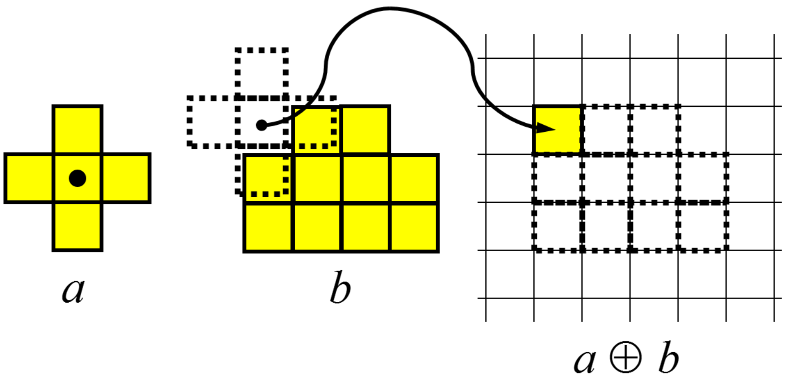
2.3 2D sampling med vikningsdistorsion

En cosinus-våg med periodtiden $1/\sqrt{10}$, $a(x,y) = \cos\left(\sqrt{10} \cdot 2\pi x\right)$, är roterad en vinkel $\alpha = \arctan(1/3)$ till $b(x,y)$ och sedan samplad (t ex med en digitalkamera) med samplingsavståndet $\Delta = 1/4$ till bilden $c(x,y)$, se figurer nedan. Det ser dock ut som om den samplade bilden är roterad en annan vinkel. Dessutom ser dess cosinusvåg ut att ha en lägre frekvens. Förklara detta och beräkna den samplade bildens exakta vinkel och periodtid. Lös problemet genom att använda teorem och en grafisk lösning i 2D fourier-domänen.



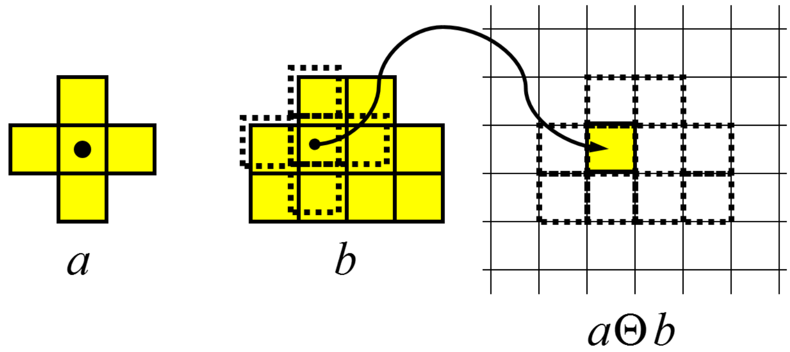
2.4 Dilation

Slutför denna dilation $a \oplus b = [a * b \geq 1]$:



2.5 Erosion

Slutför denna erosion $a\Theta b = [a\Box b = A]$:



2.6 Avståndskarta

Objektet är avståndskarterat (distans till kanten) i $\mathrm{d}^{(4)}$. Utför $\mathrm{d}^{(8)}$ och $\mathrm{d}^{(\mathrm{okt})}$ avståndskartering: